MATHCRAFT

DESCUBRE LA MATEMÁTICA DETRÁS DEL JUEGO

Puentes de Königsberg

Grafos • Caminos eulerianos • Razonamiento lógico

Jugar online



¿En qué consiste?

El problema de los Puentes de Königsberg propone recorrer una ciudad atravesada por un río y conectada mediante siete puentes.
El desafío consiste en determinar si es posible realizar un recorrido que atraviese **cada puente exactamente una vez**, sin importar cuál sea el punto de partida.
Para analizar el problema, las regiones de tierra pueden reemplazarse por puntos y los puentes por líneas, obteniendo así una representación mucho más simple: un **grafo**.

Objetivo

Determinar si existe un recorrido que permita atravesar todos los puentes exactamente una vez, utilizando una representación mediante grafos y analizando el número de conexiones que posee cada región.

Reglas del juego

- El recorrido puede comenzar en cualquiera de las regiones.
- Cada puente debe ser atravesado **exactamente una vez**.
- No es obligatorio regresar al punto de partida.
- Una misma región puede visitarse varias veces.
- Antes de probar muchos recorridos, intenta representar cada región mediante un punto y cada puente mediante una línea.
- Busca una característica del dibujo que permita decidir si el recorrido es posible o imposible.

Ficha del desafío

Curso: 7° básico a IV medio

Tiempo: 20–40 minutos

Modalidad: Individual, parejas o grupos

Materiales: Juego online, lápiz y papel

Matemática que descubrirás

- Teoría de grafos.
- Vértices y aristas.
- Grado de un vértice.
- Caminos y circuitos.
- Razonamiento y argumentación.
- Modelación matemática.

Preguntas para promover el pensamiento

- ¿Qué elementos del mapa son realmente importantes?
- ¿Importa la forma exacta de las regiones?
- ¿Cómo representarías cada región de tierra?
- ¿Qué podría representar cada puente?
- ¿Cuántos puentes llegan a cada región?
- ¿Qué tienen en común las regiones con un número impar de puentes?
- ¿Dónde debería comenzar un recorrido posible?
- ¿Dónde debería terminar?
- ¿Qué ocurriría si agregáramos un puente?
- ¿Cómo justificarías que un recorrido es imposible sin probar todos los caminos?

¿Sabías que...?

En 1736, el matemático **Leonhard Euler** estudió el problema de los siete puentes de Königsberg.
En lugar de analizar distancias, tamaños o formas, Euler observó solamente **qué regiones estaban conectadas entre sí**.
Este cambio de representación permitió resolver el problema y dio origen a una de las primeras ideas de la actual **teoría de grafos**.

Colección MathCraft

Descubre la matemática detrás del juego.



© MathCraft
Esta obra se distribuye bajo la licencia

Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.
Se permite compartir y adaptar el material con atribución, sin fines comerciales y manteniendo la misma licencia.

MATHCRAFT

DESCUBRE LA MATEMÁTICA DETRÁS DEL JUEGO

Puentes de Königsberg

Grafos • Caminos eulerianos • Razonamiento lógico

Jugar online

La idea matemática

Un grafo está formado por:

- **vértices**: representan las regiones de tierra;
- **aristas**: representan los puentes que conectan dos regiones.

El número de aristas que llegan a un vértice se denomina su **grado**.

Para poder recorrer todas las aristas exactamente una vez, el número de vértices de grado impar resulta fundamental.

- Si todos los vértices tienen grado par, puede existir un **circuito euleriano**: comienza y termina en el mismo vértice.
- Si exactamente dos vértices tienen grado impar, puede existir un **camino euleriano**: comienza en uno de ellos y termina en el otro.
- Si existen más de dos vértices de grado impar, no es posible recorrer todas las aristas exactamente una vez.

En el problema original de Königsberg existen **cuatro vértices de grado impar**, por lo que el recorrido solicitado es imposible.

Para el docente

- Permita inicialmente que los estudiantes intenten resolver el problema por ensayo y error.
- Después de varios intentos, pregunte qué elementos del dibujo podrían eliminarse sin cambiar el problema.
- Invite a reemplazar cada región por un punto y cada puente por una línea.
- Evite entregar inmediatamente la regla de los grados pares e impares.
- Pida contar cuántas aristas llegan a cada vértice.
- Pregunte qué ocurre cada vez que se entra y se sale de una región intermedia.
- Compare casos donde existan cero, dos y más de dos vértices impares.
- Solicite justificar la imposibilidad del problema original sin enumerar todos los recorridos posibles.

Registro del grafo

Completa la tabla analizando el grafo asociado al mapa.

Región / vértice	Número de puentes	Grado par o impar	Observación
A			
B			
C			
D			

Cantidad de vértices de grado impar:

Conclusión: ¿existe un camino euleriano? Justifica.

Extensiones y desafíos

- Modifica el mapa agregando **un solo puente**. ¿Puedes conseguir que exista un camino euleriano?
- ¿Cuál es el menor número de puentes que habría que agregar o eliminar para obtener un circuito euleriano?
- Construye un grafo con exactamente **dos vértices de grado impar** y encuentra un camino que recorra todas sus aristas una sola vez.
- Diseña un grafo en el que sea imposible construir un camino euleriano y explica por qué.
- Busca un recorrido euleriano en un grafo que tenga todos sus vértices de grado par.
- Explica con tus propias palabras por qué los vértices intermedios de un recorrido deben tener grado par.

¿Dónde aparece esta matemática?

- Diseño de rutas.
- Redes de transporte.
- Circuitos eléctricos.
- Redes informáticas.
- Recolección de basura.
- Inspección de calles.
- Robótica.
- Diseño de recorridos.
- Bioinformática.
- Análisis de redes sociales.

Colección MathCraft
Descubre la matemática detrás del juego.

© MathCraft
Esta obra se distribuye bajo la licencia
Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.
Se permite compartir y adaptar el material con atribución, sin fines comerciales y manteniendo la misma licencia.