MATHCRAFT

DESCUBRE LA MATEMÁTICA DETRÁS DEL JUEGO

Yucky Choccy

Estrategia • Paridad • Recursión • Demostración

Jugar online



¿En qué consiste?

Yucky Choccy es un juego de estrategia para dos jugadores que se desarrolla sobre una barra rectangular de chocolate dividida en cuadrados.
Una de las esquinas contiene el **chocolate asqueroso**.
En cada turno, un jugador debe realizar un corte recto completo, horizontal o vertical, siguiendo las divisiones de la barra. La parte que no contiene el chocolate asqueroso se elimina y el juego continúa con el rectángulo que sí lo contiene.
El objetivo es evitar quedar con la última pieza:

¡quien debe tomar el chocolate asqueroso pierde!

Objetivo

Desarrollar el pensamiento estratégico y la argumentación matemática mediante el análisis sistemático de posiciones ganadoras y perdedoras, la búsqueda de invariantes y la formulación de una estrategia que permita anticipar las consecuencias de cada movimiento.

Reglas del juego

- Juegan **dos jugadores por turnos**.
- La partida comienza con una barra rectangular dividida en cuadrados.
- Una casilla de una esquina representa el **chocolate asqueroso**.
- En cada turno se realiza un único corte **horizontal o vertical**.
- El corte debe atravesar completamente la barra restante.
- Se retira la parte que **no contiene** el chocolate asqueroso.
- La parte que contiene la casilla asquerosa permanece en juego.
- Los jugadores continúan alternando turnos.
- Pierde quien finalmente queda obligado a tomar la casilla asquerosa.

Ficha del desafío

Curso:	5° básico a IV medio
Tiempo:	15–30 minutos
Modalidad:	Dos jugadores
Materiales:	Juego online, lápiz y hoja de registro

Matemática que descubrirás

- Estrategia.
- Paridad.
- Patrones.
- Recursión.
- Posiciones ganadoras.
- Posiciones perdedoras.
- Árboles de juego.
- Demostración.

Preguntas para promover el pensamiento

- ¿Conviene comenzar?
- ¿Importa el tamaño inicial de la barra?
- ¿Qué ocurre con una barra de 1×1?
- ¿Y con una barra de 1×2?
- ¿Qué sucede con una barra cuadrada?
- ¿Qué sucede con una barra rectangular no cuadrada?
- ¿Puedes anticipar quién ganará antes de comenzar?
- ¿Qué posición te gustaría dejar a tu oponente?
- ¿Puedes encontrar una estrategia que funcione siempre?
- ¿Qué debe hacer tu rival para romper tu estrategia?
- ¿Existe algún patrón entre las posiciones ganadoras?
- ¿Cómo podrías demostrar que tu estrategia siempre funciona?

¿Sabías que...?

El matemático y divulgador **Ian Stewart** presentó Yucky Choccy en un artículo de *Scientific American* de 1998 dedicado a juegos matemáticos con chocolate.
Stewart explica que conoció el juego a través del matemático británico **Keith Austin**, aunque señala que no conocía quién había sido su inventor original.
Yucky Choccy es especialmente interesante porque sus reglas son muy simples, pero permiten introducir ideas profundas de **estrategia, recursión y teoría de juegos**.

Colección MathCraft
Descubre la matemática detrás del juego.



© MathCraft
Esta obra se distribuye bajo la licencia **Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional**.

MATHCRAFT

DESCUBRE LA MATEMÁTICA DETRÁS DEL JUEGO

Yucky Choccy

Estrategia • Paridad • Recursión • Demostración

Jugar online

La matemática de Yucky Choccy

Podemos representar cualquier posición del juego mediante sus dimensiones:

$$\boxed{m \times n}$$

donde m es el número de filas y n el número de columnas que quedan en la barra.
La posición más pequeña posible es

$$\boxed{1 \times 1}.$$

Esta posición es **perdedora**, porque el jugador que la recibe ya no puede evitar el chocolate asqueroso.
A partir de aquí podemos analizar las demás posiciones **trabajando hacia atrás**.
Llamaremos:

$$\boxed{P = \text{posición perdedora}}$$

y

$$\boxed{G = \text{posición ganadora}}.$$

Una posición es ganadora si existe al menos un movimiento que permita dejar al rival una posición perdedora:

$$\boxed{G \longrightarrow P}$$

En cambio, una posición es perdedora si todos los movimientos posibles dejan al rival una posición ganadora:

$$\boxed{P \longrightarrow G.}$$

Esta forma de razonar se denomina **análisis recursivo**.

Descubriendo el patrón

Comencemos con barras pequeñas.
Sabemos que

$$1 \times 1$$

es una posición perdedora.
Consideremos ahora

$$1 \times 2.$$

El jugador puede cortar la barra y dejar al oponente

$$1 \times 1.$$

Por lo tanto,

$$\boxed{1 \times 2 \text{ es ganadora.}}$$

Ahora estudiemos

$$2 \times 2.$$

Cualquier corte completo deja una barra de

$$1 \times 2 \qquad \text{o} \qquad 2 \times 1,$$

ambas ganadoras para el jugador que las recibe.
Por lo tanto,

$$\boxed{2 \times 2 \text{ es perdedora.}}$$

Continúa investigando:

$$3 \times 3, \qquad 4 \times 4, \qquad 5 \times 5, \ldots$$

¿Qué patrón observas?

La estrategia escondida

El análisis de las posiciones pequeñas permite formular una conjetura:

$$\boxed{\text{las barras cuadradas } n \times n \text{ son posiciones perdedoras.}}$$

En cambio, si tenemos un rectángulo

$$m \times n, \qquad m \neq n,$$

el jugador puede realizar un corte que deje al rival un cuadrado.
Por ejemplo,

$$3 \times 5 \longrightarrow 3 \times 3.$$

La idea estratégica es entonces:

$$\boxed{\textbf{dejar siempre un cuadrado al oponente.}}$$

Si el adversario recibe un cuadrado y realiza un corte, necesariamente producirá un rectángulo no cuadrado.
Entonces podemos volver a cortar para recuperar un cuadrado.
Así se genera el patrón:

$$\boxed{\text{cuadrado} \longrightarrow \text{rectángulo} \longrightarrow \text{cuadrado} \longrightarrow \cdots}$$

hasta llegar a

$$\boxed{1 \times 1}.$$

Una idea matemática poderosa: mantener un invariante

Una estrategia ganadora muchas veces consiste en conseguir que cierta propiedad aparezca una y otra vez durante la partida.
En Yucky Choccy esa propiedad es:

$$\boxed{\text{la barra entregada al rival es cuadrada.}}$$

Aunque el tamaño del cuadrado va cambiando,

$$5 \times 5, \quad 3 \times 3, \quad 2 \times 2, \quad 1 \times 1,$$

la propiedad

$$\boxed{\text{número de filas} = \text{número de columnas}}$$

se mantiene cada vez que aplicamos nuestra estrategia.
Esta idea de conservar una propiedad durante un proceso aparece en muchos problemas matemáticos y recibe el nombre de **invariante**.

Para el docente

Una posible secuencia de trabajo es:

1. Permitir varias partidas sin explicar ninguna estrategia.
2. Preguntar si parece conveniente comenzar o jugar segundo.
3. Experimentar con barras pequeñas: 1×1, 1×2, 2×2, 2×3 y 3×3.
4. Clasificar cada posición como ganadora o perdedora.
5. Buscar un patrón en las posiciones perdedoras.
6. Formular la conjetura de que los cuadrados son posiciones perdedoras.
7. Preguntar qué puede hacer un jugador cuando recibe un rectángulo no cuadrado.
8. Descubrir la estrategia de devolver siempre un cuadrado.
9. Pedir una explicación de por qué la estrategia funciona para **cualquier tamaño** de barra.
10. Introducir las ideas de recursión, invariante y árbol de juego.

Una pregunta especialmente potente es:

¿Puedes saber quién debería ganar antes de realizar el primer movimiento?

Investiga posiciones

Antes de buscar una regla general, juega varias veces y completa.

Barra	G o P	Mejor jugada	¿Qué posición dejo?
1×1			
1×2			
2×2			
2×3			
3×3			
3×4			
4×4			
4×5			

Conjetura: ¿qué tienen en común las posiciones perdedoras?

¿Cómo podrías justificar que el patrón continúa siempre?

Extensiones y desafíos

- **Predice antes de jugar:** decide qué jugador debería ganar en barras 4×7, 6×6 y 8×11.
- **Encuentra el movimiento:** desde una barra 5×8, determina qué corte realizarías para dejar una posición perdedora.
- **Posiciones pequeñas:** clasifica todas las barras $m \times n$ con $1 \leq m, n \leq 6$.
- **Árbol de juego:** dibuja todas las posibilidades a partir de una barra 2×3.
- **Demuestra:** explica por qué desde cualquier rectángulo no cuadrado siempre es posible producir un cuadrado.
- **Generaliza:** describe la estrategia ganadora para una barra cualquiera $m \times n$.
- **Cambia la regla:** ¿qué ocurriría si ganara, en vez de perder, quien recibe el último cuadrado?
- **Compara:** investiga el juego *Chomp*. Sus reglas son parecidas, pero ¿su estrategia es igual de sencilla?

¿Qué habilidades desarrolla?

- Razonamiento lógico.
- Estrategia.
- Reconocimiento de patrones.
- Conjeturación.
- Generalización.
- Recursión.
- Invariantes.
- Árboles de juego.
- Pensamiento algorítmico.
- Argumentación.
- Demostración.
- Resolución de problemas.

Colección MathCraft

Descubre la matemática detrás del juego.

© MathCraft

Esta obra se distribuye bajo la licencia **Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional**.