# MATHCRAFT

DESCUBRE LA MATEMÁTICA DETRÁS DEL JUEGO

# Gerrymandering

Estrategia • Porcentajes • Geometría • Representación

Jugar online




## ¿En qué consiste?

Gerrymandering es una experiencia de estrategia y matemática en la que una población distribuida sobre un mapa debe ser separada en **distritos electorales**.
Cada distrito realiza su propia elección y el grupo que obtiene la mayoría de votos gana ese distrito.
Lo sorprendente es que podemos mantener exactamente los mismos votantes y modificar solamente las fronteras de los distritos:

$$\boxed{\text{mismos votos} + \text{distritos diferentes} \Rightarrow \text{resultados diferentes}}$$

El desafío consiste en experimentar con distintas divisiones, comparar los resultados y descubrir cómo la geometría del mapa puede influir en la representación final.

## Objetivo

Comprender mediante experimentación cómo la distribución de una población en distintos distritos puede modificar los resultados de una elección, utilizando conteo, porcentajes, proporcionalidad, geometría y razonamiento estratégico para comparar distintas configuraciones y argumentar sobre su representación.

## Reglas del juego

En cada desafío encontrarás una población distribuida sobre una cuadrícula.

- Cada casilla representa un votante o una unidad de población.
- Los colores representan dos grupos o preferencias electorales.
- Debes dividir el mapa en la cantidad indicada de **distritos**.
- Los distritos deben respetar las condiciones indicadas por el desafío.
- Cada casilla debe pertenecer a un único distrito.
- En cada distrito se cuentan los votos de ambos grupos.
- El grupo con mayoría gana ese distrito.
- El resultado final se determina contando cuántos distritos gana cada grupo.

El objetivo no es solamente encontrar una división posible, sino **comparar distintas formas de dividir exactamente la misma población**.

## Ficha del desafío

| | |
|---|---|
| **Curso:** | 7° básico a IV medio |
| **Tiempo:** | 20–40 minutos |
| **Modalidad:** | Individual, parejas o grupos |
| **Materiales:** | Juego online, lápiz y hoja de registro |

## Matemática que descubrirás

- Conteo.
- Porcentajes.
- Proporcionalidad.
- Área y perímetro.
- Geometría.
- Optimización.
- Representación de datos.
- Estrategia.

## Preguntas para promover el pensamiento

- ¿Qué grupo tiene más votos en total?
- ¿Ese grupo gana necesariamente más distritos?
- ¿Qué porcentaje de los votos tiene cada grupo?
- ¿Cuántos distritos gana cada grupo?
- ¿Qué ocurre si modificas solamente una frontera?
- ¿Puedes obtener otro resultado con los mismos votantes?
- ¿Conviene ganar un distrito por mucho o por poco?
- ¿Dónde están concentrados los votantes?
- ¿Qué ocurre si agrupas muchos votantes iguales?
- ¿Qué ocurre si los distribuyes entre varios distritos?
- ¿Qué división parece más equilibrada?
- ¿Cómo justificarías matemáticamente tu respuesta?

## ¿Sabías que...?

El término *gerrymandering* tiene más de dos siglos de historia.
En **1812**, durante el gobierno de **Elbridge Gerry** en Massachusetts, se aprobó un mapa electoral con un distrito de forma particularmente irregular.
Un periódico comparó su forma con una **salamandra** (*salamander*).
La combinación de

$$\text{Gerry} + \text{salamander}$$

dio origen al término

$$\boxed{\text{gerrymander.}}$$

Desde entonces, la matemática, la estadística, la geometría y la computación se han utilizado para estudiar cómo las fronteras electorales pueden afectar la representación.



**© MathCraft**
Esta obra se distribuye bajo la licencia **Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional**.

# MATHCRAFT

DESCUBRE LA MATEMÁTICA DETRÁS DEL JUEGO

# Gerrymandering

Estrategia • Porcentajes • Geometría • Representación

Jugar online

## La matemática del Gerrymandering

Supongamos una población de

$$\boxed{50 \text{ votantes}}$$

formada por

$$30 \text{ azules} \qquad \text{y} \qquad 20 \text{ rojos.}$$

En porcentaje:

$$\frac{30}{50} \cdot 100 = 60\,\%$$

y

$$\frac{20}{50} \cdot 100 = 40\,\%.$$

Por lo tanto, la distribución total es

$$\boxed{60\,\% \text{ azul} \qquad 40\,\% \text{ rojo.}}$$

Sin embargo, si dividimos la población en cinco distritos, el resultado no depende solamente del total de votos.
También depende de

$$\boxed{\textbf{cómo se distribuyen esos votos entre los distritos}.}$$

Así podemos distinguir dos cantidades:

$$\boxed{\text{porcentaje de votos}}$$

y

$$\boxed{\text{porcentaje de distritos ganados}}.$$

Estas dos cantidades no tienen por qué coincidir.

## Estrategia 1: Packing

Una estrategia consiste en concentrar una gran cantidad de votantes de un mismo grupo dentro de pocos distritos.
Por ejemplo:

| | Azul | Rojo |
|---|---|---|
| $D_1$ | 9 | 1 |
| $D_2$ | 9 | 1 |

El grupo azul gana ambos distritos por una enorme diferencia.
Sin embargo, muchos de esos votos no eran necesarios para obtener la mayoría.
La idea puede representarse como:

$$\boxed{\text{muchos votantes} \longrightarrow \text{pocos distritos}}$$

Esta técnica recibe el nombre de

$$\boxed{\textbf{packing}}$$

o **concentración**.
La pregunta matemática es:

**¿Cuántos votos eran realmente necesarios para ganar cada distrito?**

## Estrategia 2: Cracking

Otra estrategia consiste en dividir un grupo de votantes entre varios distritos.
Imaginemos una zona con muchos votantes azules.
Si esos votantes se distribuyen entre distintos distritos de manera que en ninguno alcancen la mayoría, podemos obtener:

| | Azul | Rojo |
|---|---|---|
| $D_1$ | 4 | 6 |
| $D_2$ | 4 | 6 |
| $D_3$ | 4 | 6 |

Aunque existen muchos votantes azules en total, pierden los tres distritos.
La idea es:

$$\boxed{\text{un grupo concentrado} \longrightarrow \text{dividirlo entre varios distritos}}$$

Esta técnica recibe el nombre de

$$\boxed{\textbf{cracking}}$$

o **fragmentación**.

## Una medida matemática: votos desperdiciados

Supongamos un distrito con

$$10 \text{ votantes.}$$

Para obtener mayoría se necesitan

$$\boxed{6 \text{ votos}}.$$

Si el resultado es

$$8 \text{ azules} \qquad \text{y} \qquad 2 \text{ rojos},$$

el grupo azul necesitaba solamente 6 votos para ganar.
Por lo tanto, existen

$$8 - 6 = \boxed{2}$$

votos azules adicionales.
Los 2 votos rojos tampoco consiguen elegir a su candidato.
En este tipo de análisis se consideran votos desperdiciados:

- los votos del candidato o grupo que pierde;
- los votos del ganador que superan los necesarios para obtener la victoria.

Comparar estas cantidades entre grupos permite construir indicadores matemáticos de posibles ventajas en un mapa electoral.

## La geometría también importa

Los distritos también pueden estudiarse como **figuras geométricas**.
En una cuadrícula podemos medir:

$$\boxed{\text{Área} = \text{cantidad de casillas}}$$

y estudiar el

$$\boxed{\text{Perímetro} = \text{longitud de la frontera.}}$$

Dos distritos pueden tener la misma área pero formas muy diferentes.
Por ejemplo, una región aproximadamente cuadrada suele tener menor perímetro que otra muy alargada o irregular construida con la misma cantidad de casillas.
Esta idea conduce al concepto de

$$\boxed{\textbf{compacidad}.}$$

La compacidad intenta medir qué tan concentrada o extendida es una región.
Sin embargo, debemos tener cuidado:

$$\boxed{\textbf{una forma extraña no demuestra por sí sola que exista gerrymandering.}}$$

La geografía, las comunidades, los límites naturales y otros factores también pueden producir distritos irregulares.

## Mismos votantes, distintos resultados

Considera siempre tres niveles de información:

1. Votos totales

2. Distribución espacial de los votantes

3. Fronteras de los distritos

El primer y segundo nivel pueden mantenerse completamente iguales.
Sin embargo, al modificar solamente el tercero podemos cambiar:

quién gana cada distrito

y, por lo tanto,

quién obtiene mayor representación.

Esta es la idea matemática central del juego:

el resultado global depende de cómo agrupamos los datos locales.

## Investiga los resultados

Escoge un desafío y crea distintas divisiones manteniendo **exactamente los mismos votantes**.

| Mapa | Distritos A | Distritos B | Observación |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |

**¿Cambió el número total de votantes?**

**¿Qué cambió entonces para producir resultados diferentes?**

**¿Qué mapa consideras más representativo? Justifica con datos.**

## Para el docente

Se recomienda comenzar el trabajo desde la **matemática y la experimentación**, antes de introducir el vocabulario formal.
Una posible secuencia es:

1. Contar la cantidad total de votantes de cada grupo.
2. Calcular el porcentaje que representa cada grupo.
3. Crear una primera división en distritos.
4. Registrar el resultado de cada distrito.
5. Mantener los votantes fijos y modificar las fronteras.
6. Comparar los nuevos resultados.
7. Preguntar cómo es posible obtener distintos resultados con exactamente los mismos votos.
8. Identificar situaciones de concentración y fragmentación.
9. Introducir los conceptos de *packing* y *cracking*.
10. Analizar área, perímetro y compacidad de algunos distritos.
11. Comparar porcentaje de votos con porcentaje de representación.
12. Pedir a los estudiantes que argumenten qué configuración consideran más representativa y por qué.

Es importante evitar reducir la discusión a:

*"mapa extraño = mapa injusto".*

La pregunta matemáticamente más rica es:

**¿qué evidencia podemos utilizar para comparar dos formas de dividir la misma población?**

## Extensiones y desafíos

- **Mismos votos, otro resultado:** encuentra dos divisiones diferentes del mismo mapa que produzcan resultados electorales distintos.
- **Representación proporcional:** compara el porcentaje total de votos de cada grupo con el porcentaje de distritos obtenidos.
- **Packing:** construye una división en la que un grupo gane un distrito por una diferencia muy grande.
- **Cracking:** intenta distribuir un grupo entre varios distritos para que quede en minoría en cada uno.
- **Área y perímetro:** calcula ambas medidas para dos distritos que tengan igual área pero distinta forma.
- **Compacidad:** ordena varios distritos desde el que consideras más compacto hasta el menos compacto. Explica tu criterio.
- **Optimización:** busca una división que maximice el número de distritos ganados por uno de los grupos.
- **Desafío de equilibrio:** construye un mapa en que la distribución de distritos represente lo mejor posible la proporción total de votos.
- **Argumenta:** ¿pueden existir dos mapas distintos que sean ambos razonables? Explica.

## ¿Qué habilidades desarrolla?

- Resolución de problemas.
- Razonamiento lógico.
- Conteo.
- Porcentajes.
- Proporcionalidad.
- Representación de datos.
- Geometría.
- Área y perímetro.
- Optimización.
- Pensamiento estratégico.
- Argumentación.
- Pensamiento crítico.

**Colección MathCraft**
*Descubre la matemática detrás del juego.*

© MathCraft
Esta obra se distribuye bajo la licencia **Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional**.